

**БУРГАСКИ СВОБОДЕН УНИВЕРСИТЕТ**  
**ЦЕНТЪР ПО ИНФОРМАТИКА И ТЕХНИЧЕСКИ НАУКИ**

Утвърждавам:.....  
/Декан, проф. д-р Р. Долчинков/

**ПРОГРАМА**  
**ЗА ДЪРЖАВЕН ИЗПИТ**

Специалност: **Приложна информатика и мултимедия**

Степен на обучение: **Бакалавър**

Форма на обучение: **редовна и задочна**



**Бургас**

# ПРОГРАМА

За държавен изпит за придобиване на висше образование по специалност “ПИМ” за образователно квалификационна степен “Бакалавър”

## Тема 1. Крайни автомати.

Детерминирани и недетерминирани крайни автомати. Синтез на краен автомат по зададен регулярен израз.

## Тема 2. Стекови автомати и машини на Тюринг.

Дефиниция и конфигурация на стеков автомат. Изчислителна конфигурация и функция на Машина на Тюринг.

*Литература:*

1. Денев Й., Р. Павлов, Я. Деметрович. *Дискретна математика. Наука и изкуство*, С., 1984.
2. Манев Кр., *Увод в дискретната математика*. НБУ, С., 1998.
3. Лазаров А. Д., *Дискретна математика*. 2009, [www.bfu.bg](http://www.bfu.bg)

## Тема 3. Типове данни в C++.

Скалярни типове. Масиви, структури, файлове. Управляващи оператори в C++. Оператори за условен преход. Циклични конструкции. Прости цикли. Цикли с предусловие и с постусловие.

## Тема 4. Процедури и функции в C++.

Функции, параметри на функции и връщане на резултат. Предаване на параметри по стойност и адрес. Итерация и рекурсия. Линейни динамични структури. Стек. Опашка. Нелинейни динамични структури. Двоично дърво.

## Тема 5. Конструиране на класове.

Капсулиране на данни. Интерфейс. Конструктори, деструктори, мутатори и функции за достъп. Наследяване на класове. Предефиниране на операции. Виртуални функции. Полиморфизъм и динамично свързване.

*Литература:*

1. Хорстман К., *Принципи на програмирането със C++*, ИК Софттех, София, 2000..
2. Строустрон Б., *Програмният език C++*. Том 1 и 2, ИК "Инфодар", София, 2001.
3. Тодорова М., *Програмиране на C++*, I и II част, Сиела, София, 2002.

## Тема 6. Компютърна графика – 2D графика

Елементарни 2D трансформации. Транслация. Ротация. Огледало. Мащабиране. Елементарни матрици на трансформация.

## Тема 7. Компютърна графика – 3D графика

Елементарни 3D трансформации. Транслация. Ротация. Огледало. Мащабиране. Елементарни матрици на трансформация. 3D алгоритми за определяне на невидими стени и ръбове.

## Тема 8. Представяне на изображения.

Векторна графика, растерна графика. Цветови схеми. Резолуции. Файлови формати.

*Литература:*

1. Георгиев И., *Графично програмиране, Графика с компютър*, София, 1993.
2. Edelsbruner, *Algorithms in Combinatorial Geometry*, Springer Verlag, New York, 1987.
3. Vornberger O., O.Muler., *Computergrafik*, Univ. Osnabruck, 2000..
4. Харингтън С., *Компютърна графика. Програмен подход*, Техника, София, 1989.
5. Ташев С., *Лекции по компютърна графика*. 2013, [www-old.fmi.uni-sofia.bg/econtent/kg\\_lectures.pdf](http://www-old.fmi.uni-sofia.bg/econtent/kg_lectures.pdf)

## **Тема 9. Интелигентно вземане на решения**

Критерии за вземане на решение по статистически критерии. Сигма-принцип. Софтверен компютинг - размити решения. Съгласуване на оценки.

*Литература:*

1. Rich, E. and K. Knight, *Artificial Intelligence (2<sup>nd</sup> ed.)*, McGraw-Hill, New York, 1991
2. Попчев И., Даковски Л. (ред.), *Изкуствен интелект – проблеми и приложения*, София, Техника, 1990
3. Дочев Д., Дичев Хр., Марков З., Агре Г. *Програмиране на ПРОЛОГ – основи и 4. приложения*, София, “Наука и изкуство”, 1989.
5. Георгиева П., *Генетични размити системи*. Полиграф Бургас, 2016

## **Тема 10. Конвейри.**

Видове. Апаратна схема на конвейра. Харвардска архитектура. Структурни конфликти. Конфликти данни. Методи за предотвратяване. Реализация на суперконвейри. Характеристика на суперскаларните системи. Реализация на конвейри при INTEL 80x86. Особенности при конвейрите на G5. Конвейри при 64 битови процесори. Проблеми при реализацията.

## **Тема 11. Архитектура на паметта. Памет от тип КЕШ.**

Управление на паметта. Видове. Сегментн, странично и сегментно-странично управление на паметта. Логически, линейни и физически адреси. Предварителен избор на инструкции. Изображение на реалната памет. Директно асоцииране на памети. Реализация. Кохерентност на КЕШ паметта.

*Литература:*

1. Hennessy&Patterson, *Computer Architecture*, Morgan Kaufmann Publishers, Inc, California 1996
2. Englander I., *The Architecture of Computer Hardware and System Software*, 3th Edition, John Wiley & Sons, Inc, 2003, ISBN 0-471-07325-3

## **Тема 12. Процеси, описание и синхронизация.**

Компоненти на процеса. Модели на описание: състояния на процесите. Синхронизация: семафори, критична секция, взаимно изключване, синхронизация със семафор.

*Литература:*

1. Николов Л., *Операционни системи*. Ciela, 2005.
2. Silberschatz G., *Operating System Concepts*, 6th Edition, John Wiley & Sons, Inc. 2003.
3. Stallng W., *Operating systems*, 6<sup>th</sup> edition, 2009.
4. Лазаров А., *Операционни системи*, 2012, [www.bfu.bg](http://www.bfu.bg)

## **Тема 13. Локални мрежи**

Характеристика и особености. Реализация и стандарти. Характеристика на комуникационните среди. Модулация на сигналите. Особенности на мрежи с множествен достъп. Методи за достъп CSMA/CD. Особенности. Оценка производителността на мрежи с метод за достъп CSMA/CD.

## **Тема 14. Интернет протокол (IP)**

Адресиране и особености при IPv4. Адреси, маски, подмаски. Маршрутизация. Видове. Особенности и реализация. Маршрутизационни таблици. Статично рутиране. Дистанционно векторно рутиране. Рутиране със следене състоянието на връзката. Основи на IPv6.

## **Тема 15. Основи на OSI модела**

Основна концепция при създаване на модела. Предназначение на отделните слоеве.

Основни функции на транспортен, мрежови, канален и физически слой на OSI модела. Съпоставка на OSI TCP/IP моделите.

*Литература:*

1. Comer, D. *Internetworking with TCP/IP V3, Windows Socket Version, Prentice Hall 2002.*
2. Comer, D. *Internetworking with TCP/IP V3, Unix Socket Version Prentice Hall 2002.*

**Тема 16. Подход “бази от данни”. Моделиране на данните. Релационен модел на данните. Архитектура на система за управление на бази от данни (СУБД)**

Независимост на данните. Видове модели. Релационен модел на данните – основни понятия. Релационна схема. Главни, вторични и външни ключове. Представяне на връзки от вида 1:1, 1:M и M:N и мрежови структури. Средства за дефиниране и обработка на данните. Основни компоненти на СУБД.

**Тема 17. Класификация на релационните езици. SQL – релационен език за заявки**  
Процедурни и предикатни езици за заявки. SQL – език за описание и обработка на релационни бази от данни. Обща структура на заявка за търсене на данни. Средства за групиране на данните и работа с под-заявки. Релационна пълнота на езика SQL.

**Тема 18. Обработка на транзакции**

Основни свойства на транзакциите. Видове и управление на транзакции. Проблеми при изпълнение на конкурентни транзакции. Консервативни и оптимистични методи за управление на едновременния достъп. Видове графици.

*Литература:*

1. Elmasri R., Navathe S. *Fundamentals of Database Systems, III-nd Ed., Addison– Wesley, 2000.*
2. Date C., *An Introduction to Database Systems, VI-th Ed, Addison Wesley, 1994.*
3. Пенева Ю., *Бази от данни, първа и втора част, издателство Регалия, София, 2003.*
4. Орозова Д., *Ръководство за работа с езика SQL към курса по бази от данни”.*
5. Бочева П., *Разработване на бизнес информационни системи с Ms Access, Варна 1996.*
6. Perera C., A. Zaslavsky, P. Christen, D. Georgakopoulos, *Context Aware Computing for The Internet of Things: A Survey, IEEE COMMUNICATIONS SURVEYS & TUTORIALS, 2014.*

**Тема 19. Сървлет и Java Server Pages (JSP)**

Основна структура на сървлет. Жизнен цикъл на сървлета. Обработка на заявки на клиента зададени с форми. Формиране на отговор към клиента. Формиране на заглавните части. Използване на бисквитки (cookies). Проследяване на сесии. Изграждане на Java Server Pages (JSP).

*Литература:*

1. *Документация и учебни пособия, представени от авторите на езика Java Internet - <http://java.sun.com/docs/index.html>.*
2. *Сървлет и Java Server Pages, Марти Хол, СофтПрес, 2001г.*
3. *Thinkig in Java, Bruce Eckel, www.BruceEckel.com (превод на български език).*

**Тема 20. Бизнес-информационни системи.**

Основни модули. Критерии за оценка на инвестиционни решения. Многокритериална оптимизация. ERP системи.

*Литература:*

1. Date C., *An Introduction to Database Systems, VI-th Ed, Addison Wesley, 1994*
2. Къртис, Г. *Бизнес-информационни системи: анализ, проектиране и практика. ИК “Иван Вазов”, С., 1995*

**Тема 21. Жизнен цикъл на софтуера.**

Модели на жизнения цикъл и класификация на моделите. Парадигми и подходи за разработване на софтуер.

**Тема 22. Технологии за разработване на софтуер.**

Традиционни подходи за разработване на софтуер. Гъвкави техники за разработване на софтуер.

**Тема 23. Оценка на качеството на софтуера.**

Общи понятия. Модели. Измерване в софтуерното производство. Софтуерни метрики. Управление качеството на проект. Методология SEI CMM / CMMI.

*Литература:*

1. Кландер Л., *Защита от хакери*, СофтПрес, ISBN 954-685-055-1, 1999.
2. Притам В., *Защитни стени и сигурност в Интернет*, ДудоДизайн, 2005.
3. Кинг Дж.Р., *Компютърна сигурност и защита: 5-минутни поправки*, АлексСофт, 2006.

**Тема 24. Системи линейни уравнения. Уравнение на права в равнината**

Системи линейни нехомогенни уравнения. Системи хомогенни уравнения. Методи на Крамер и Гаус. Уравнение на права в равнината.

**Тема 25. Производна на функция на една реална променлива. Определен интеграл. Приложения на диференциалното и интегралното смятане.**

Дефиниции. Правила за диференциране. Изследване на функции за монотонност, екстремуми, изпъкналост, вдлъбнатост, инфлексия. Формула на Нютон-Лайбниц. Интегриране по части и чрез смяна на променливите при определен интеграл. Приложения

**Тема 26. Функция на две и повече променливи.**

Дефиниция. Частни производни. Производна на сложна функция. Градиент. Производна по направление. Локални екстремуми на функция на много променливи.

**Тема 27. Редове.**

Дефиниция. Степенни редове. Област и радиус на сходимост. Развитие на функции в степенни редове. Редове на Фурие.

**Тема 28. Дискретни двумерни случайни величини.**

Дискретна двумерна случайна величина. Маргинални разпределения. Условно разпределение. Условно математическо очакване и дисперсия.

*Литература:*

1. Николова Е., *Лекции и упражнения по линейна алгебра и аналитична геометрия*, 2017
2. Георгиева П. В., *Диференциално и интегрално смятане*. Полиграф Бургас, 2017
3. Георгиева П., *Векторни функции. Функции на повече променливи. Задачи +MatLab*. Полиграф Бургас, 2017
4. Георгиева П., *Числени методи*. Полиграф Бургас, 2016
5. Петров П., Е.Николова, *Лекции и упражнения по теория на вероятностите и математическа статистика*, Издателство Янита Я С, 2008.
6. Димитров, Б., Н. Янев. *Вероятности и статистика*. С., УИ "Св. Климент Охридски", 2000
7. Георгиева П., Е. Николова, *Формули по висша математика*, ИК Янита, 2013

## ПРИМЕРНИ ЗАДАЧИ ЗА ДЪРЖАВЕН ИЗПИТ

### 1. Дискретна математика

**Задача 1.** Да се определи броят на двоичните функции с три двоични аргумента. Да се определи броят на стойностите, които може да има всяка двоична функция. Да се представи с полином двоичната функция с два аргумента, която има стойности:

$$f(0,0) = 0; f(0,1) = 1; f(1,0) = 1; f(1,1) = 1.$$

**Задача 2.** Дадено е множеството  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  и пермутацията върху неговите елементи: [1 0 4 8 7 5 9 2 3 6]. Да се представи пермутацията като матрица и произведение от цикли. Да се дефинират класовете на еквивалентност, на които пермутацията разбива множеството  $A$ .

**Задача 3.** Да се синтезира краен автомат по зададен регулярен израз:  $(a + b)^*aa$ . Да се дефинира полученият автомат. Ако е недерминиран да се преобразува в детерминиран чрез трансформираща таблица. Да се дефинира детерминираният автомат. Да се минимизира автоматът.

**Задача 4.** Да се построи маркирана мрежа на Петри:  $M = (P, T, I, O, \mu)$ , където  $P = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$ ;  $T = \{t_1, t_2, t_3\}$ ;  $I(t_1) = \{p_1\}$ ,  $O(t_1) = \{p_2, p_4\}$ ;  $I(t_2) = \{p_3\}$ ,  $O(t_2) = \{p_2\}$ ;  $I(t_3) = \{p_2, p_4\}$ ,  $O(t_3) = \{p_3\}$ ;  $\mu = (1, 0, 2, 0)$ . Да се определят активните преходи. Да се определят следващите вектори-маркировки при активиране на активните преходи.

**Задача 5.** Дадена е машина на Тюринг с конфигурация  $(00Y, S_2, Y10)$  и функция на прехода  $\Delta(S_2, Y) = (S_3, 0, L)$ . Да се дефинира следващата конфигурация. Функцията на прехода да се представи с краен ориентиран граф.

### 2. Задачи по програмиране

**Задача 6.** Да се въведат от текстовия файл print.txt марки и модели на принтери, като данните за всеки принтер (марка и модел) са на отделен ред, разделени с интервали.

а) Да се прочетат данните от файла и да се състави списък, съдържащ данните за принтерите, в който елементите са наредени лексикографски в низходящ ред спрямо марката на принтера.

б) Да се изведе броят на маркиите в списъка, от които има само един модел

в) Да се изведат в текстов файл всички елементи на списъка, подредени лексикографски във възходящ ред спрямо модела на принтера.

**Задача 7.** Какво ще изведе на стандартния изход следната програма?

```
#include <iostream>
using namespace std;

void ex(int n) {
    if (n <= 0) return;
    cout<<n*n<<endl;
    ex(n-1);
    ex(n-2);
    cout<<n*n<<endl;
}

int f_i(int currentNumber, int sum);

int f(int number) {
    if(number == 0) return 1;
```

```

    return f_i(number, 1);
}

int f_i(int currentNumber, int sum) {
    if(currentNumber == 1) return sum;
    else return f_i(currentNumber - 1, sum*currentNumber);
}

int main()
{ ex(3);
  cout<< f(5)<<endl;

  system ("pause");
  return 0;
}

```

**Задача 8.** Да се допълни кодът на функцията different, така че да връща резултат true, ако масивът a с n на брой елементи се състои от различни елементи и false в противен случай. Да се допълни кодът на функцията chetni така че да връща като резултат броя на четните елементи на нечетни индекси в масива a с n на брой елементи.

```

bool different (int a[], int n) {
    bool b;
    int i=-1, j;
    do {
        i++;
        j=...;
        do {
            j++;
            b=(a[i]!=a[j]);
        } while (b && .....);
    } while (b && .....);
    return .....;
}

int chetni (int a[], int n)
{ int broi=0, i=.....;
  while (i<n){
    if (.....) broi++;
    i=.....;
  }
  return .....;
}

```

**Задача 9.** Робот се движи в равнината изпълнявайки последователност от команди. Възможните команди са следните:

	Команда	Действие: роботът се премества
1	x+	от точка (x,y) в точка (x+1,y)
2	x-	от точка (x,y) в точка (x-1,y)
3	y+	от точка (x,y) в точка (x,y+1)
4	y-	от точка (x,y) в точка (x,y-1)
5	z	Край на въвеждане

Например, ако роботът започне движението си от точката (0,0), след изпълнението на последователността от команди  $x^+ x^+ y^+ x^+ y^- y^-$  ще се окаже в точката с координати (3,-1).

Да се напише програма, която по зададена начална точка  $(x_0, y_0)$  и последователност от команди, намира крайната точка  $(x_1, y_1)$ , в която ще се окаже роботът, след изпълнението на тази последователност от команди. Входните данни се въвеждат от стандартния вход. Първият ред съдържа координатите  $x_0 y_0$  на началната точка, а вторият – последователността от команди. Не се предвижда грешка във входните данни.

Ограничения: броят на командите е не по-голям от 100, между отделните команди може да има произволен брой интервали, между буквите  $x/y$  и знаците  $+/-$  няма интервали. Координатите на крайната точка трябва да се изведат на стандартния изход. Единственият ред на стандартния изход трябва да съдържа двете числа  $x_1 y_1$ , разделени с интервал.

Примери:

Вход	Вход
0 0	100 200
$x^+ x^+ y^+ x^+ y^- y^-$	$y^+ x^- x^- y^-$
Изход	Изход
3 -1	100 200

### 3. Вероятности и статистика

**Задача 10.** Случайната величина  $\xi$  приема стойности 0, 1 и 2 с вероятности  $P(0)=0.1$ ,  $P(1)=0.4$  и  $P(2)=0.5$ , а случайната величина  $\eta$  приема стойности 1 и 2 с вероятности  $P(1)=0.3$  и  $P(2)=0.7$ . Двете случайни величини са независими.

- Напишете пораждащата функция на случайната величина  $\xi$ .
- Напишете пораждащата функция на случайната величина  $\eta$ .
- Напишете съвместното разпределение на вектора  $(\xi, \eta)$ .
- Напишете разпределението на случайната величина  $\zeta = \xi + \eta$ .

**Задача 11.** Случайните величини  $\xi$  и  $\eta$  имат съвместно разпределение, зададено със следната таблица:

	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	0.04	0.16	0.24
<b>3</b>	0.12	0.04	0.04
<b>4</b>	0.04	0.00	0.32

Стойностите на случайната величина  $\xi$  са 2, 3 и 4, а на случайната величина  $\eta$  са 1, 3 и 5.

- Независими ли са случайните величини  $\xi$  и  $\eta$ ?
- Напишете безусловните разпределения на случайните величини  $\xi$  и  $\eta$ .
- Пресметнете  $E(\xi/\eta=3)$ .
- Напишете разпределението на случайната величина  $E(\xi/\eta)$ .
- Пресметнете  $E\{E(\xi/\eta)\}$ .

**Задача 12.** Пространството от елементарните събития  $\Omega$  има 10 елемента и съответните им вероятности са:  $P(\omega_1)=P(\omega_3)=0.15$ ,  $P(\omega_2)=P(\omega_6)=P(\omega_7)=0.10$ ,  $P(\omega_{10})=0.20$ ,  $P(\omega_4)=P(\omega_5)=P(\omega_8)=P(\omega_9)=0.05$ . Дефинираме следните събития:  $A=(\omega_1, \omega_3, \omega_9)$ ,

$B=(\omega_2, \omega_7, \omega_{10})$ ,  $C=(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_7)$ ,  $D=(\omega_4, \omega_5, \omega_6, \omega_8)$ .

- Кои събития са несъвместими?
- Има ли събития, които образуват пълна група?
- Пресметнете  $P(C/B)$ ,  $P(D/B)$ .



- Посочете две независими събития.

**Задача 13.** Нека  $\xi_1, \xi_2$  и  $\xi_3$  са три независими случайни величини с еднакви средни  $\mu$  и дисперсии съответно  $D\xi_1=\sigma_1^2, D\xi_2=\sigma_2^2$  и  $D\xi_3=\sigma_3^2$ . Нека  $\eta_1=2\xi_1+\xi_2, \eta_2=\xi_2+3\xi_3$ .

- Пресметнете  $E\eta_1, E\eta_2$ .
- Пресметнете  $D\eta_1, D\eta_2$ .
- Пресметнете корелационния коефициент  $\text{cor}(\eta_1, \eta_2)$  на  $\eta_1$  и  $\eta_2$ .

**Задача 14.** Нека  $X_1, X_2, \dots, X_n$  са независими наблюдения над случайната величина  $\xi$  с функция на разпределение

$$F_{\xi}\left(\frac{X}{\theta}\right) = 1 - e^{-\frac{X}{\theta}} \left(1 + \frac{X}{\theta}\right), \quad X \geq 0, \quad \theta \geq 0.$$

Намерете оптимална критична област за проверка на  $H_0: \theta = \frac{1}{2}$  срещу алтернативата  $H_1: \theta = 2$  с ниво на съгласие  $\alpha=0.04$ . Като се използва нормално приближение, да се намери най-малкото  $n$ , за което мощността на критерия е не по-малка от 0.99.

#### 4. Интелигентно вземане на решения. Бизнес информационни системи.

**Задача 15.** Да се намерят оптималните стратегии при дадена матрица на печалбите  $4 \times 4$  и априорни вероятности:  $q_1=0.31, q_2=0.29, q_3=0.07, q_4=0.33$ . Тита е 0.2.

	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$A_1$	-4	-5	+10	+12
$A_2$	-11	-1	+6	-1
$A_3$	+20	+4	+9	+6
$A_4$	+6	+26	-14	+3

а) По критериите на статистическите решения, включително по принципа за недостатъчното основание.

б) По сигма-принципа, включително и по принципа на Лаплас.

в) По методите за многокритериално вземане на решения като допуснете, че проблемните ситуации съответстват на частните критерии, а априорните вероятности на тегловете коефициенти.

г) Може ли стратегията  $A_1$ , без да се променя матрицата на печалбите, да стане най-предпочитаната алтернатива в многокритериалната наредба?

**Задача 16.** Намерете коя е по-изгодната инвестиция за базов инвестиционен период от 180 дни, ако имате възможност да закупите тримесечни и шестмесечни съкровищни бонове, съответно по 90.3 лв. и 82.32 лв. за 100 лв. номинал. За полученият резултат за по-изгодната инвестиция пресметнете следните условия:

а) За съкровищните бонове, които са по-изгодната инвестиция: до каква стойност може да расте цената на тези съкровищни бонове така, че те да останат по-изгодната инвестиция?

б) За съкровищните бонове, които не са по-изгодната инвестиция: каква трябва да бъде цената на тези съкровищни бонове, за да станат по-изгодната инвестиция поне с един процент?

в) Ще се променят ли получените резултати в т.а) и т.б), ако инвестиционният период стане една година? Докажете.

#### **Задача 17.**

а) Намерете цената на една облигация с номинална стойност 1000 лв., 6% номинален (купонен) годишен лихвен процент и две години преди падежа. Купонната лихва се изплаща на шестмесечие, желаната годишна норма на възвръщаемост е 8%, а цената на изкупуване на облигацията на падежа е равна на номиналната ѝ стойност.

б) Докажете какво трябва да бъде съотношението между номинален (купонен)

лихвен процент и желаната норма на възвръщаемост, така че цената на облигацията да е по-малка или по-голяма от номиналната ѝ стойност.

в) Изчислете цената на една привилегирована акция с дивидент, равен на купонната лихва и желаната норма на възвръщаемост като облигацията в т.а). Коя инвестиция е за предпочитане в акция или облигация?

## 5. Линейна алгебра

**Задача 18.** Решете хомогенната система:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = 0 \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 0 \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$

**Задача 19.** Нека матрицата  $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$  е обратна на матрицата

$$B = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -6 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

а) Намерете  $A$ .

б) Решете системата:

$$\begin{cases} (a_{11} + 6a_{21})x + (a_{11} + 2a_{12})y + a_{13}z = 1 \\ (a_{21} + 6a_{22})x + (a_{21} + 2a_{23})y + a_{23}z = 12 \\ (a_{31} + 6a_{32})x + (a_{31} + 2a_{33})y + a_{33}z = 1 \end{cases}$$

**Задача 20.** Намерете решенията на линейната система в зависимост от стойностите на участващия реален параметър  $\lambda$ :

$$\text{а) } \begin{cases} (1 - \lambda)x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + (1 - \lambda)x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + (1 - \lambda)x_3 = 0 \end{cases}; \quad \text{б) } \begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - 3x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 - 5x_2 + 5x_3 - 3x_4 = \lambda \end{cases}$$

## 6. Аналитична геометрия

**Задача 21.** Дадени са точките  $A(1;-1)$ ,  $B(5;1)$  и  $C(4;3)$ . Намерете:

а) Лицето на триъгълника  $\Delta ABC$ .

б) Дължината на медианата през върха  $C$  на  $\Delta ABC$ .

в) Дължината на височината през върха  $B$  на  $\Delta ABC$ .

г) Косинуса от вътрешния ъгъл при върха  $A$  на  $\Delta ABC$ .

**Задача 22.** Да се намерят уравненията на страните на триъгълника  $\Delta ABC$  и  $\cos(\angle BAC)$ , ако координатите на върха  $B$  са  $(2; -7)$ , уравнението на височината през върха  $A$  е  $h_a: 3x + y + 11 = 0$  и уравнението на медианата през върха  $C$  е  $m_c: x + 2y + 7 = 0$ .

**Задача 23.** Даден е  $\Delta ABC$  с върхове  $A(-1, -2, 4)$ ;  $B(-4, -2, 0)$  и  $C(3, -2, 1)$ . Да се намери:

а) Уравнението на равнината  $\alpha$  на  $\Delta ABC$ .

б) Уравнението на медианата през върха  $B$ .

в) Мярката на вътрешния ъгъл при върха  $B$ .

**Задача 24.** Относно правоъгълна координатна система, върховете на триъгълника  $ABC$  имат координати  $A(0,0)$ ,  $B(5,5)$ ,  $C(3,4)$ . Да се намерят:

а) Лицето на  $\triangle ABC$ .

б) Координатите на пресечната точка на височините на  $\triangle ABC$ .

**Задача 25.** За ромба  $ABCD$  са известни уравненията на страната  $AB$ :  $x+3y-8=0$  и диагонала  $AC$ :  $2x+y+4=0$ , а точката  $P(-9;-1)$  лежи на правата  $CD$ . Да се намерят:

а) Координатите на върховете  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ .

б) Лицето на ромба.

## 7. Редици и редове

**Задача 26.** Изследвайте сходимостта на числовия ред  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$ .

Ако той е сходящ, намерете неговата сума.

**Задача 27.** Развийте функцията  $f(x) = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$  в ред на Маклорен и определете радиуса на сходимост на реда.

## 9. Функции на една променлива

**Задача 28.** За функцията  $f(x) = x^x$  намерете:

а) Производната  $f'(x)$ .

б) Границата  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ .

в) Интервалите, в които  $f(x)$  е монотонно растяща и интервалите, в които тя е монотонно намаляваща.

г) Локалните екстремуми.

д) Броят на решенията на уравнението  $f(x) = a$  в зависимост от параметъра  $a$ .

**Задача 29.** Пресметнете границата  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \arcsin(x))^{\frac{2}{x}}$  при  $x$  клонящо към  $0$ .

**Задача 30.** Нека за непрекъснатите в интервала  $(2; 5)$  функции  $f(x)$  и  $g(x)$  е известно, че

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{x-3} = 9$  и  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{g(x)}{x-3} = 3$ . Намерете:

а)  $f(3)$  и  $g(3)$ ;

б)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{g(x)}$ ;

в) производните  $f'(3)$  и  $g'(3)$ .

**Задача 31.** За всеки параметър  $a$  разглеждаме функцията:

$$f_a(x) = \begin{cases} \frac{2x^2}{x^2+1} + ax, & x \geq 0 \\ \frac{x^3}{x^2+1}, & x < 0 \end{cases}$$

а) Определете стойностите на параметъра  $a$ , за които функцията  $f_a(x)$  е диференцируема за всяко реално число  $x$ .

б) За стойностите на параметъра  $a$ , определени в т. а) изследвайте функцията  $f_a(x)$  и начертайте нейната графика.

**Задача 32.** Нека  $f(x) = \frac{x^3 - 16}{x}$  ( $f(x) = \frac{x^2(x-2)}{(x+1)^2}$ ;  $f(x) = \frac{(x-1)^3}{(x+1)^2}$ ).

а) Намерете интервалите, в които функцията монотонно расте и интервалите, в които тя монотонно намалява.

б) Намерете екстремумите на  $f(x)$ .

в) Определете къде функцията е изпъкнала и къде е вдлъбната. Намерете инфлексните ѝ точки.

г) Намерете асимптотите на  $f(x)$  и начертайте графиката ѝ.

**Задача 33.** Нека  $\Omega$  е ограничената област, оградена от графиките на функциите:  $y = xe^{2x}$ ;  $y = x \ln x$  и  $x = 1$ . Намерете границата  $\lim_{x \rightarrow 0} (x \ln x)$ . Начертайте областта  $\Omega$  и пресметнете нейното лице.

**Задача 34.** Равнинната фигура  $G$  е ограничена от кривите:  $l_1: y^2 = 3x$  и  $l_2: y^2 = 4 - x$ . Пресметнете лицето на  $G$ .

**Задача 35.** Нека областта  $G$  е зададена от кривите:  $k: x = y^2$  и  $l: x = 3 - 2y^2$ .

а) Начертайте областта  $G$ . Пресметнете нейното лице.

б) Пресметнете дължината на границата на  $G$ .

**Задача 36.** Намерете екстремумите на функцията  $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3axy$ ,  $a > 0$ .

**Задача 37.** Намерете общото решение на следното диференциално уравнение

$$y''' + y' = xe^{2x} + \operatorname{tg} x.$$

**Програмата е приета от УНС на ЦИТН с протокол № 3 от 23. 04. 2018 г.**